$$On\ a\ le\ Tableau\ DH\ suivant:\ \begin{array}{ccccc} & ai & \alpha i & di+1 & \theta i+1 \\ 0 & 0 & 0 & h1 & \theta 1 \\ 1 & L1 & -\pi/2 & h2 & \theta 2-\pi/2 \\ 2 & 0 & 0 & L2 & \theta 3 \end{array}$$

$$T_{0\to 1} = \begin{pmatrix} \cos(\theta 1) & -\sin(\theta 1) & 0 & 0 \\ \sin(\theta 1) & \cos(\theta 1) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & h1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = A$$

Pour un robot du type SCARA, sur la matrice de transformation homogene suivante, il faut avoir au lieu de'avoir θ2 – θ1 – π/2, θ2. Ici on a remplacé θ2 par θ2 – θ1 – π/2 car pour le même tableau DH on a fait une preuve (disponible sur Wiki) permettant de sans changer de tableau DH, de trouver l'équation pour notre robot parallélépipède.

$$T_{1\to 2} = \begin{pmatrix} \cos(\theta 2-\pi/2) & -\sin(\theta 2-\pi/2) & 0 & L1 \\ 0 & 0 & 1 & h2 \\ -\sin(\theta 2-\pi/2) & -\cos(\theta 2-\pi/2) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$T_{2\to effector} = \begin{pmatrix} \cos(\theta 3) & -\sin(\theta 3) & 0 & 0 \\ \sin(\theta 3) & \cos(\theta 3) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & L2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Ainsi pour $T_{0\to 2}$ on a:

$$T_{0\to 2} = \begin{pmatrix} \cos[\theta 1]\sin[\theta 2] & \cos[\theta 1]\cos[\theta 2] & -\sin[\theta 1] & L1\cos[\theta 1]-h2\sin[\theta 1] \\ \sin[\theta 2]\sin[\theta 1] & \sin[\theta 1]\cos[\theta 2] & \cos[\theta 1] & h2\cos[\theta 1]+L1\sin[\theta 1] \\ cos[\theta 2] & -\sin[\theta 2] & 0 & h1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

parce que $\begin{pmatrix} \cos(\theta 1) & -\sin(\theta 1) & 0 & 0 \\ \sin(\theta 1) & \cos(\theta 1) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & h1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \cos\left(\theta 2-\frac{\pi}{2}\right) & -\sin\left(\theta 2-\frac{\pi}{2}\right) & 0 & L1 \\ 0 & 0 & 1 & h2 \\ -\sin\left(\theta 2-\frac{\pi}{2}\right) & -\cos\left(\theta 2-\frac{\pi}{2}\right) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} =$

$$\begin{pmatrix} \cos(\theta 1) & -\sin(\theta 1) & 0 & 0 \\ \sin(\theta 1) & \cos(\theta 1) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & h1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \cos(\theta 2-\pi/2) & \sin(-\theta 2+\pi/2) & 0 & L1 \\ 0 & 0 & 1 & h2 \\ \sin(-\theta 2+\pi/2) & -\cos(\theta 2-\pi/2) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} =$$

car sin(-x) = -sin(x)

$$\begin{pmatrix} \cos(\theta 1) & -\sin(\theta 1) & 0 & 0 \\ \sin(\theta 1) & \cos(\theta 1) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & h1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \cos(-\theta 2+\pi/2) & \sin(-\theta 2+\pi/2) & 0 & L1 \\ 0 & 0 & 1 & h2 \\ \sin(-\theta 2+\pi/2) & -\cos(-\theta 2+\pi/2) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} =$$

car cos(-x) = cos(x)

$$\begin{pmatrix} \cos(\theta 1) & -\sin(\theta 1) & 0 & 0 \\ \sin(\theta 1) & \cos(\theta 1) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & h1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \sin(\theta 2) & \cos(\theta 2) & 0 & L1 \\ 0 & 0 & 1 & h2 \\ \cos(\theta 2) & -\sin(\theta 2) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} \cos[\theta 1]\sin[\theta 2] & \cos[\theta 1]\cos[\theta 2] & -\sin[\theta 1] & L1\cos[\theta 1]-h2\sin[\theta 1] \\ \sin[\theta 2]\sin[\theta 1] & \sin[\theta 1]\cos[\theta 2] & \cos[\theta 1] & h2\cos[\theta 1]+L1\sin[\theta 1] \\ cos[\theta 2] & -\sin[\theta 2] & 0 & h1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Maintenant on multiplie $T_{0\to 2} \,.\, T_{2\to effector}$ pour obtenir $T_{0\to effector}$. Alors:

$$T_{0\to effector} =$$
$$\begin{pmatrix} \cos[\theta 1]\mathrm{Cos}[\theta 3]\sin[\theta 2]+\cos[\theta 1]\cos[\theta 2]\mathrm{Sin}[\theta 3] & \cos[\theta 1]\cos[\theta 2]\mathrm{Cos}[\theta 3]-\cos[\theta 1]\sin[\theta 2]\mathrm{Sin}[\theta 3] & -\sin[\theta 1] & L1\cos[\theta 1]-h2\sin[\theta 1]-L2\sin[\theta 1] \\ \mathrm{Cos}[\theta 3]\sin[\theta 1]\sin[\theta 2]+\cos[\theta 2]\sin[\theta 1]\mathrm{Sin}[\theta 3] & \cos[\theta 2]\mathrm{Cos}[\theta 3]\sin[\theta 1]-\sin[\theta 1]\sin[\theta 2]\mathrm{Sin}[\theta 3] & \cos[\theta 1] & h2\cos[\theta 1]+L2\cos[\theta 1]+L1\sin[\theta 1] \\ \cos[\theta 2]\mathrm{Cos}[\theta 3]-\sin[\theta 2]\mathrm{Sin}[\theta 3] & -\mathrm{Cos}[\theta 3]\sin[\theta 2]-\cos[\theta 2]\mathrm{Sin}[\theta 3] & 0 & h1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} =$$
$$\begin{pmatrix} \cos[\theta 1](\mathrm{Cos}[\theta 3]\sin[\theta 2]+\cos[\theta 2]\mathrm{Sin}[\theta 3]) & \cos[\theta 1](\cos[\theta 2]\mathrm{Cos}[\theta 3]-\sin[\theta 2]\mathrm{Sin}[\theta 3]) & -\sin[\theta 1] & L1\cos[\theta 1]-(h2+L2)\sin[\theta 1] \\ \sin[\theta 1](\mathrm{Cos}[\theta 3]\sin[\theta 2]+\cos[\theta 2]\mathrm{Sin}[\theta 3]) & \sin[\theta 1](\cos[\theta 2]\mathrm{Cos}[\theta 3]-\sin[\theta 2]\mathrm{Sin}[\theta 3]) & \cos[\theta 1] & (h2+L2)\cos[\theta 1]+L1\sin[\theta 1] \\ \cos[\theta 2]\mathrm{Cos}[\theta 3]-\sin[\theta 2]\mathrm{Sin}[\theta 3] & -\mathrm{Cos}[\theta 3]\sin[\theta 2]-\cos[\theta 2]\mathrm{Sin}[\theta 3] & 0 & h1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Maintenant les coordonnées de notre stylo dans R3 sont $P3 = \begin{pmatrix} p1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$. Ses coordonnées dans R0 seront donc :

$$\begin{pmatrix} \mathrm{L1cos[\theta1] - (h2 + L2)sin[\theta1] + p1cos[\theta1](Cos[\theta3]sin[\theta2] + cos[\theta2]Sin[\theta3])} \\ \mathrm{(h2 + L2)cos[\theta1] + L1sin[\theta1] + p1sin[\theta1](Cos[\theta3]sin[\theta2] + cos[\theta2]Sin[\theta3])} \\ \mathrm{h1 + p1(cos[\theta2]Cos[\theta3] - sin[\theta2]Sin[\theta3])} \\ 1 \end{pmatrix} = P0$$

qu'on obtenu en faisant: $P0 = T_{0\rightarrow effector} . \mathrm{P3}$

P0's homogenous notation is: $\begin{pmatrix} \mathrm{L1cos[\theta1] - (h2 + L2)sin[\theta1] + p1cos[\theta1](Cos[\theta3]sin[\theta2] + cos[\theta2]Sin[\theta3])} \\ \mathrm{(h2 + L2)cos[\theta1] + L1sin[\theta1] + p1sin[\theta1](Cos[\theta3]sin[\theta2] + cos[\theta2]Sin[\theta3])} \\ \mathrm{h1 + p1(cos[\theta2]Cos[\theta3] - sin[\theta2]Sin[\theta3])} \end{pmatrix} =$
$\begin{pmatrix} \mathrm{-((h2 + L2)sin[\theta1]) + cos[\theta1](L1 + p1Cos[\theta3]sin[\theta2] + p1cos[\theta2]Sin[\theta3])} \\ \mathrm{(h2 + L2)cos[\theta1] + sin[\theta1](L1 + p1Cos[\theta3]sin[\theta2] + p1cos[\theta2]Sin[\theta3])} \\ \mathrm{h1 + p1cos[\theta2]Cos[\theta3] - p1sin[\theta2]Sin[\theta3]} \end{pmatrix}$

Now we are solving the linear system $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathrm{-((h2 + L2)sin[\theta1]) + cos[\theta1](L1 + p1Cos[\theta3]sin[\theta2] + p1cos[\theta2]Sin[\theta3])} \\ \mathrm{(h2 + L2)cos[\theta1] + sin[\theta1](L1 + p1Cos[\theta3]sin[\theta2] + p1cos[\theta2]Sin[\theta3])} \\ \mathrm{h1 + p1cos[\theta2]Cos[\theta3] - p1sin[\theta2]Sin[\theta3]} \end{pmatrix}$ to find θ1, θ2, θ3