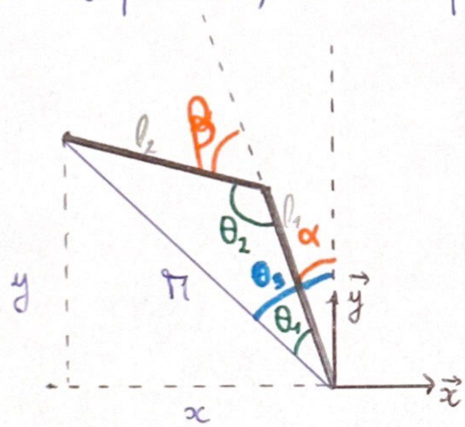
Modèle géométrique inverse

Le but est de trouver α et β, en fonction de la position souhaitée en $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$.

Rappelons-le dans notre cas : $\begin{cases} x = -\sin(\alpha)\,l_1 - \sin(\alpha+\beta)\,l_2 \\ y = \cos(\alpha)\,l_1 - \cos(\alpha+\beta)\,l_2 \end{cases}$ | avec l_1 la longueur de la 1ère bielle et l_2 la distance du bras jusqu'à l'effecteur

Pour résoudre ce problème, nous allons passer par de la géométrie :



Nous observons :

D'après Pythagore :

① $r^2 = x^2 + y^2$

② $\alpha = \theta_3 - \theta_1$

③ $\beta = \pi - \theta_2$

- Pour trouver α :

On peut dire que $\theta_3 = -\arctan\left(\frac{x}{y}\right)$ (car $\tan(\theta_3) = \frac{x}{y}$)

Utilisons le théorème d'Al Kashi pour θ_1 : $l_2^2 = l_1^2 - 2l_1 r\cos(\theta_1) + r^2$

$\Leftrightarrow \cos(\theta_1) = \frac{l_1^2 - l_2^2 + r^2}{2l_1 r} \Leftrightarrow \theta_1 = \arccos\left(\frac{l_1^2 - l_2^2 + r^2}{2l_1 r}\right) \underset{①}{\Leftrightarrow} \theta_1 = \arccos\left(\frac{l_1^2 - l_2^2 + x^2 + y^2}{2l_1\sqrt{x^2+y^2}}\right)$

Ainsi d'après ② $\alpha = -\arctan\left(\frac{x}{y}\right) - \arccos\left(\frac{l_1^2 - l_2^2 + x^2 + y^2}{2l_1\sqrt{x^2+y^2}}\right)$

- Pour trouver β :

Utilisons le théorème d'Al Kashi pour θ_2 : $r^2 = l_1^2 + l_2^2 - 2l_1 l_2 \cos(\theta_2)$

$\Leftrightarrow \cos(\theta_2) = \frac{l_1^2 + l_2^2 - r^2}{2l_1 l_1} \Leftrightarrow \theta_2 = \arccos\left(\frac{l_1^2 + l_2^2 - x^2 - y^2}{2l_1 l_2}\right) \underset{①}{\Leftrightarrow} \theta_1 = \arccos\left(\frac{l_1^2 + l_2^2 - x^2 - y^2}{2l_1 l_2}\right)$

Ainsi d'après ③ $\beta = \pi - \arccos\left(\frac{l_1^2 + l_2^2 - x^2 - y^2}{2l_1 l_2}\right)$