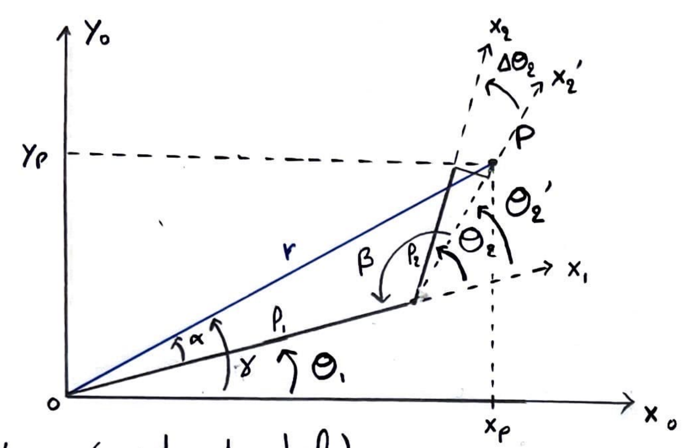

P : effecteur (pointe du stylo)

On a : $\begin{cases} \vec{x_1} = \cos\theta_1 \vec{x_0} + \sin\theta_1 \vec{y_0} \\ \vec{x_2'} = \cos(\theta_1+\theta_2')\vec{x_0} + \sin(\theta_1+\theta_2')\vec{y_0} \end{cases}$

et $\begin{cases} r^2 = x_P^2 + y_P^2 \\ \alpha = \gamma - \theta_1 \\ \beta = \pi - \theta_2' \end{cases}$

Coordonnées de l'effecteur : ${}^0O_P = \ell_1 \vec{x_1} + \ell_2 \vec{x_2'}$

$${}^0O_P = \ell_1(\cos\theta_1 \vec{x_0} + \sin\theta_1 \vec{y_0}) + \ell_2(\cos(\theta_1+\theta_2')\vec{x_0} + \sin(\theta_1+\theta_2')\vec{y_0})$$

et $\theta_2 = \theta_2' + \Delta\theta_2 \Leftrightarrow \theta_2' = \theta_2 - \Delta\theta_2$

Avec θ_2 l'angle réel de consigne du 2nd servomoteur.

Nous voulons désormais θ_1 et θ_2 en fct de x_P, y_P et des paramètres géométriques du robot (ℓ_1, ℓ_2).

* θ_1 : on a $\tan\gamma = \frac{y_P}{x_P} \Leftrightarrow \gamma = \arctan\left(\frac{y_P}{x_P}\right)$

D'après le théorème d'Al Kashi on a :

$$\ell_2^2 = r^2 + \ell_1^2 + 2r\ell_1\cos(\alpha) \Leftrightarrow \cos(\alpha) = \frac{\ell_2^2 - r^2 - \ell_1^2}{2r\ell_1}$$

$$\alpha = \arccos\left(\frac{\ell_2^2 - r^2 - \ell_1^2}{2\ell_1 r}\right) = \arccos\left(\frac{\ell_2^2 - \ell_1^2 - (x_P^2 + y_P^2)}{2\ell_1\sqrt{x_P^2 + y_P^2}}\right)$$

$$\gamma - \theta_1 = \arccos\left(\frac{\ell_2^2 - \ell_1^2 - (x_P^2 + y_P^2)}{2\ell_1\sqrt{x_P^2 + y_P^2}}\right)$$

$$\boxed{\theta_1 = \arctan\left(\frac{y_P}{x_P}\right) - \arccos\left(\frac{\ell_2^2 - \ell_1^2 - (x_P^2 + y_P^2)}{2\ell_1\sqrt{x_P^2 + y_P^2}}\right)}$$

On procède de même pour l'angle θ_2' :

Th d'Al Kashi :

$$r^2 = \ell_1^2 + \ell_2^2 - 2\ell_1\ell_2\cos(\beta) \Leftrightarrow \cos\beta = \frac{\ell_1^2 + \ell_2^2 - r^2}{2\ell_1\ell_2}$$

$$\Rightarrow \beta = \arccos\left(\frac{\ell_1^2 + \ell_2^2 - (x_P^2 + y_P^2)}{2\ell_1\ell_2}\right)$$

$$\pi - \theta_2' = \arccos\left(\frac{\ell_1^2 + \ell_2^2 - (x_P^2 + y_P^2)}{2\ell_1\ell_2}\right)$$

$$\theta_2' = \pi - \arccos\left(\frac{\ell_1^2 + \ell_2^2 - (x_P^2 + y_P^2)}{2\ell_1\ell_2}\right)$$

$$\boxed{\theta_2 = \pi + \Delta\theta_2 - \arccos\left(\frac{\ell_1^2 + \ell_2^2 - (x_P^2 + y_P^2)}{2\ell_1\ell_2}\right)}$$