

# Projet - Railgun

KACH Clara - MATARRESE Simon - MILVOY Virgile  
PIEKARSKI Tom - VAZART Santiago

03/05/2021



# 1 Introduction

Les canons électromagnétiques de type railgun, inventions à la concrétisation récente et encore expérimentale, font l'objet de bien des fantasmes dans la culture populaire et notamment dans la science-fiction. Leur fonctionnement, lui bien concret, repose sur la propulsion d'un projectile accéléré par la résultante macroscopique de la somme de ses forces de Lorentz : la force de Laplace. Dans cet article nous exposerons nos travaux en présentant la théorie qui a amené à la réalisation plastique d'un tel canon dans le cadre de l'Unité d'Enseignement Projet en autonomie, en détaillant la méthodologie que nous avons suivie au cours des semaines passées afin de lier attentes et résultats dans une critique des modèles choisis.

## 2 Théorie

Pour déterminer le champ magnétique induit par un rail nous assimilons celui-ci à un fil volumique infini cylindrique et nous utilisons le théorème d'Ampère pour déterminer la relation entre la densité de courant traversant le rail  $j$ , la distance par rapport à l'axe de symétrie  $r$  et la norme du champ magnétique  $B$ . Puis, en supposant la densité de courant homogène, telle que  $j = I/S$  avec  $S$  la section du fil  $S = 4E^2$  nous utilisons cette fois-ci une section carrée en définissant sa surface égale à quatre fois le rayon de la section circulaire utilisée précédemment élevée au carré. Nous obtenons ainsi une formule approchée mais qui simplifie notablement les calculs analytiques.

$$B(r) = \frac{\mu_0 I}{8r} \quad \text{avec } r : \text{distance par rapport au centre du rail} \quad (1)$$

Nous exploitons ensuite ce résultat pour calculer le champ magnétique de deux rails séparés d'une distance  $L$ . En utilisant le principe de superposition et en réalisant un changement de variable, nous obtenons :

$$B_{tot} = \frac{\mu_0 I}{8} \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{r-D} \right) \quad \text{avec } D = L + 2E \quad (2)$$

Ainsi, la valeur moyenne du champ magnétique entre les deux rails est donnée par la relation :

$$\langle B \rangle = \frac{1}{L} \int_E^{D-E} \frac{\mu_0 I}{8} \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{r-D} \right) dr \quad (3)$$

Cette dernière nous permet d'obtenir la force de Laplace :

$$\vec{F} = \int_L I \vec{dl} \wedge \vec{B} \implies \|\vec{F}\| = \frac{\mu_0 U_0^2 e^{-\frac{2t}{RC}}}{4r^2} \ln \left( \frac{L+E}{E} \right) \quad (4)$$

Finalement, en appliquant le principe fondamental de la dynamique et en supposant que le temps caractéristique de l'expérience  $\Delta t \gg RC$ , nous obtenons l'expression de la vitesse finale  $v_f$  en fonction de la vitesse initiale  $v_i$  et les autres grandeurs du système par la relation :

$$v_f = v_i + \frac{\mu_0 U_0^2 C}{8mr} \ln \left( \frac{L+E}{E} \right) \quad (5)$$

Nous avons déterminé le rendement de notre canon en faisant le rapport de l'énergie cinétique théorique du projectile (cf. document application numérique) par l'énergie totale du condensateur.

Nous obtenons :

$$\eta = \frac{\mu_0^2 U_0^2 C}{64mr^2} \ln^2 \frac{L+R}{R} \quad (6)$$

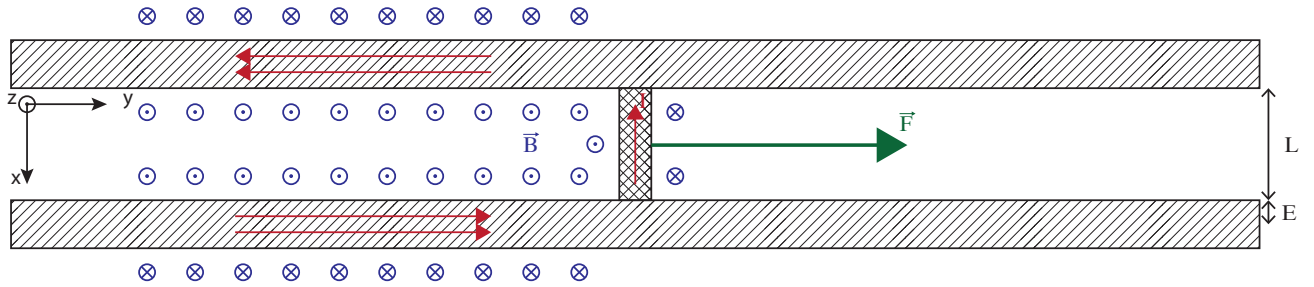


FIGURE 1 – Schéma théorique du railgun

### 3 Conception

Les performances sont très sensibles à la conductivité des rails et du projectile, ainsi l'aluminium est un bon candidat en raison de sa faible résistance, de sa rigidité et de son accessibilité. Le plexiglas, pour ses propriétés diélectriques et sa transparence, est utilisé pour la structure du canon entièrement découpée au laser. Enfin, motivés par des raisons de coût, les condensateurs et modules éleveurs de tension proviennent de la récupération de flash d'appareils photos jetables.

Par raisonnement empirique, la meilleure architecture que nous ayons trouvée pour minimiser les frottements dynamiques au sein du canon est celle de deux rails parallèles entre lesquels le projectile, une feuille de cuivre pliée ou un cylindre en graphite récupéré dans une pile carbone-zinc, peut glisser sans effort sur une surface acrylique.

La forme finalement retenue pour les rails est celle de tiges à sections carrées boulonnées à la structure en plexiglas, qui optimisent le champ magnétique créé dans le canon et la surface de contact avec le projectile, diminuant la résistance totale du système.

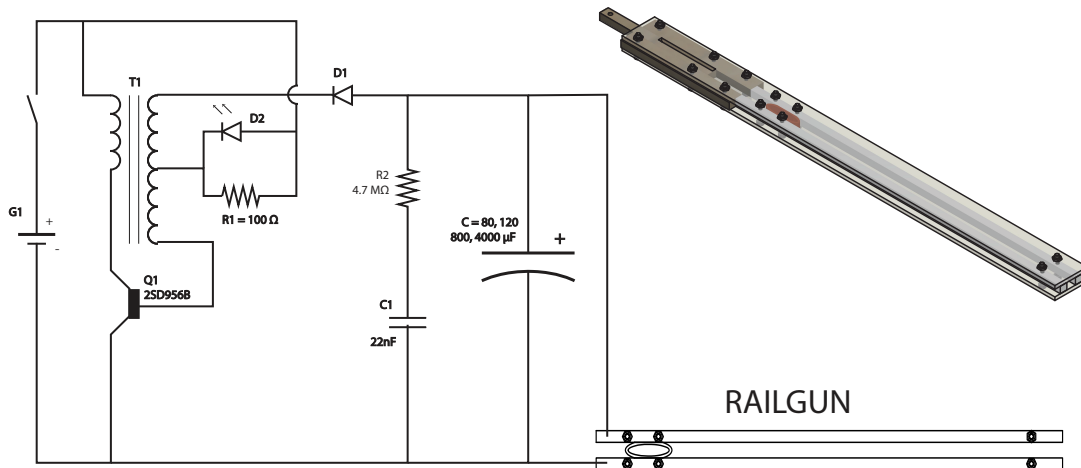


FIGURE 2 – Schéma électrique et visualisation du canon réalisé

Un module éleveur de tension, constitué d'un onduleur, d'un transformateur et d'un redresseur, élève à 330V la tension originelle de 1,5V récupérée d'une pile AA. Cette source de tension est exploitée pour recharger une banque de condensateurs d'une capacité allant de  $80\mu\text{F}$  à  $4000\mu\text{F}$ . Un témoin lumineux permet de savoir quand la banque est chargée.

Finalement, une amorce positionnée à une extrémité du canon, apportant l'impulsion initiale à la charge qui vient fermer le circuit, prend la forme d'un piston entraîné par un ressort ou bien par un élastique.

## 4 Expériences

### 4.1 Mesure de la vitesse du projectile

Les tirs du prototype sont effectués avec une banque de condensateurs de  $800\mu F$  chargée à  $330V$  et un projectile en cuivre. Nous filmons avec une caméra dotée d'une bonne fréquence d'échantillonnage et déclenchons l'amorce et répétons sans décharge pour avoir une expérience témoin. Un pointage de la position du projectile dans le temps est réalisé à l'aide du logiciel AviMéca. Il permet de tracer les courbes dont les équations de droites donneront la vitesse du projectile au sein même du canon, avant que, une fois la banque de condensateurs déchargée, les frottements dynamiques ne viennent le ralentir.

Une étude des courbes permet de trouver l'accélération en sortie d'amorce avec et sans décharge. En sommant la vitesse initiale de l'expérience et l'accélération de l'expérience témoin intégrée sur le temps nous obtenons la vitesse finale attendue sans force de Laplace. La différence entre cette vitesse et la vitesse réelle permet de trouver le  $\Delta v$  apporté par la décharge. Mais à 240 images par seconde l'incertitude sur la vitesse est de  $0,25m/s$ , ce qui, à notre échelle, représente une erreur considérable. Une expérience a permis d'obtenir un gain de vitesse de l'ordre de  $(0,6 \pm 0,25)m/s$ , mais en l'absence d'une reproduction du résultat nous ne pouvons affirmer avoir accéléré un projectile avec la force de Laplace.

Une solution serait d'utiliser une plus grande capacité ou tension, mais à  $4000\mu F$  nous observons les limites mécaniques de nos matériaux qui se mettent à fondre et à se désagréger, ce qui provoque l'arrêt systématique de tout objet métallique circulant entre les rails. S'orienter vers des matériaux conducteurs robustes à la fusion tels que le graphite pourrait être une piste d'évolution.

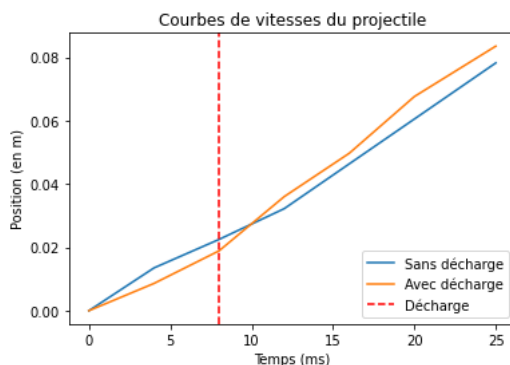


FIGURE 3 – Vitesse expérimentale du projectile en cuivre dans le rail pour  $U_0 = 330V$  et  $C = 800\mu F$

### 4.2 Mesure de la tension et du champ magnétique

Nous vérifions les estimations du champ magnétique obtenues théoriquement. Pour ce faire, avec une banque de  $800\mu F$ , nous connectons le canon et un capteur à effet Hall linéaire à un oscilloscope et le déchargeons avec le projectile en graphite et avec un tournevis de résistances connues. Nous traçons ensuite la tension de la banque de condensateurs et l'amplitude moyennée du champ magnétique entre les rails en fonction du temps :

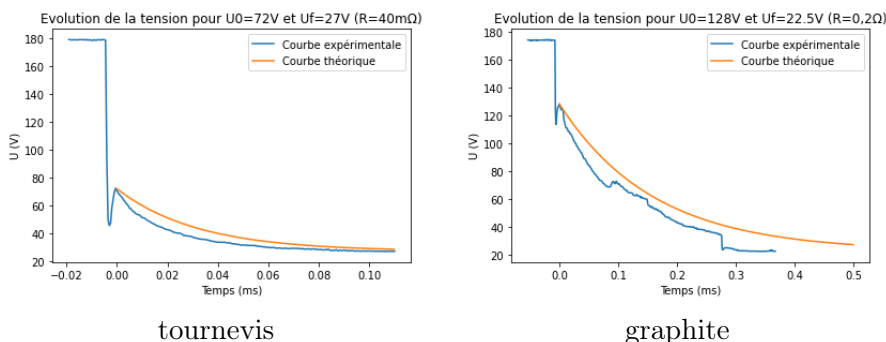


FIGURE 4 – Mesures de tension lors de la décharge du railgun (bleu) et tracé de  $U(t) = U_0^2 e^{-\frac{t}{RC}}$  (orange) en fonction du temps

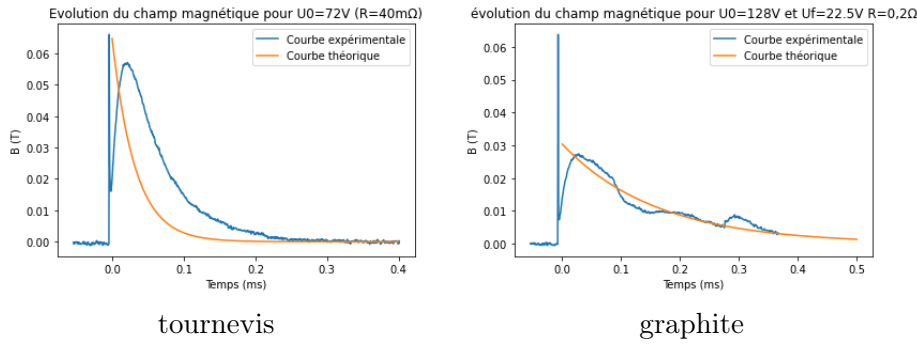


FIGURE 5 – Mesures du champ magnétique lors de la décharge du railgun (bleu) et tracé de (3) (orange) en fonction du temps

Nous discernons un premier pic du champ magnétique, réaction à la partie de la perte de tension la plus abrupte qui est malheureusement inexploitable aux vues du manque de mesures qui le caractérise (un point unique forme son sommet, rendant son amplitude inconnue). Mais, après une oscillation inattendue, un second pic apparaît avec une meilleure décroissance exponentielle que nous confrontons à nos courbes théoriques. Le résultat est très proche de nos attentes, et pour l'évolution de la tension et pour celle du champ magnétique à l'exception de l'oscillation de la tension et du retard de la courbe du champ par rapport à nos prévisions.

Peut-être est-ce dû à un délai de détection par un élément de notre montage ou bien peut-on théoriser l'existence d'une inductance propre au canon qui se comporterait davantage comme un circuit RLC. En effet, dans ce type de montage en régime transitoire, l'allure de la décharge dépend d'une valeur  $\xi = \frac{R}{2L\omega_0}$  (voir la fiche sur le RLC en régime transitoire sur le wiki pour plus de précisions). Si  $\xi < 1$ , donc si la résistance est suffisamment petite par rapport à  $L$ , nous pouvons nous trouver dans un régime d'oscillations amorties de la tension. Cela pourrait être une raison de la fluctuation de cette dernière. Cependant, nous n'observons plus ce régime ensuite. On peut expliquer cette nouvelle allure par une variation de la résistance du système lors de la décharge. Avec l'effet Joule intense produit par le courant à l'interface rail/projectile, la résistance tend à augmenter pour amener le circuit dans un régime où  $\xi > 1$ , on observe alors une décroissance proche de nos courbes théoriques.

## 5 Modélisation

Au vu de nos résultats expérimentaux, nous proposons une étude plus détaillée du champ induit par la géométrie du système à la recherche de différences par rapport aux valeurs calculées avec l'approche du fil volumique. Avec le logiciel EMWorks, couplé à nos modélisations 3D, nous résolvons les équations de Maxwell dans les milieux linéaires, homogènes et isotropes par la méthode des éléments finis et nous comparons alors les courbes obtenues avec le théorème d'Ampère (en traçant l'évolution de (2) par rapport à  $r$ ) avec celles obtenues par simulations. Pour cela, nous réalisons une étude magnétostatique du système suite à laquelle nous obtenons le champ magnétique au voisinage des rails. Puis nous réalisons une coupe axiale pour obtenir les valeurs en amplitude du champ magnétique entre les deux rails pour  $x \in [0, L]$ ,  $z = 0$  et  $y$  constante (voir Figure 1).

Comme pour l'étude précédente, nous calculons la moyenne du champ magnétique entre les armatures. En reprenant les valeurs de l'expérience ( $\Delta U = 45V$ ,  $R = 0.04\Omega$ ), nous obtenons  $\langle B \rangle = 0.0353T$  qui est du même ordre de grandeur que ce que nous prédit notre modèle mais à un facteur 2 près. On peut alors se questionner sur les résultats obtenus expérimentalement qui corroborent notre théorie. Est-ce une erreur de manipulation ? Ou bien une erreur dans l'utilisation de EMWorks ? Reproduire la mesure du champ magnétique avec des senseurs à effet hall de meilleure facture, couplée aux données d'incertitudes du constructeur, pourrait être une solution.

En reprenant les formules obtenues dans la partie 2 dans un programme Python, nous avons réalisé un tableau dans le but de faire des prévisions sur les résultats que l'on pourrait atteindre suivant les matériaux qui sont à notre disposition.

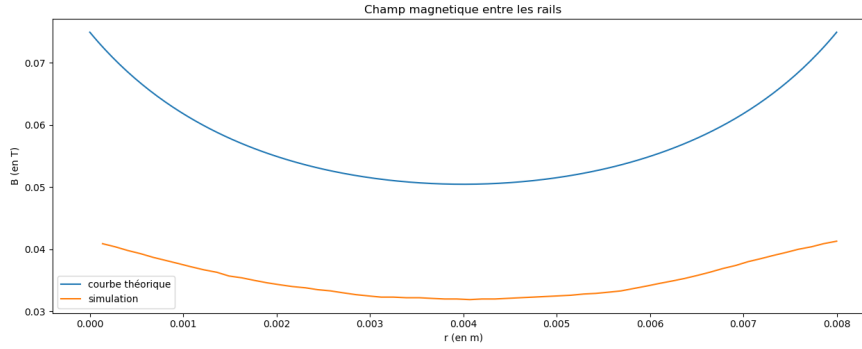


FIGURE 6 – simulation de l'intensité du champ magnétique induit entre les rails sur EMWorks et selon (2) à une tension fixée de 45V

Résistance R (mΩ)	Vitesse V (m/s)	Energie Cinétique : Ec (J)	Energie dissipée par effet Joule Ej (J)	Pertes (%)
<b>m = 2g    C = 800μF    U = 330V</b>				
10	0.90	$8.1 \cdot 10^{-4}$	43.55919	99.99813
20	0.45	$2.0 \cdot 10^{-4}$	43.55980	99.99954
30	0.30	$8.9 \cdot 10^{-5}$	43.55991	99.99979
40	0.22	$4.5 \cdot 10^{-5}$	43.55995	99.99988
50	0.18	$3.2 \cdot 10^{-5}$	43.55997	99.99992
<b>m = 2g    C = 4000μF    U = 330V</b>				
10	4.46	$2.0 \cdot 10^{-2}$	217.78014	99.99088
20	2.2	$5.0 \cdot 10^{-3}$	217.79505	99.99772
30	1.5	$2.1 \cdot 10^{-4}$	217.79780	99.99899
100	0.44	$2.0 \cdot 10^{-4}$	217.79980	99.99991
200	0.22	$1.2 \cdot 10^{-3}$	217.79996	99.99998

TABLE 1 – Liste des performances du système pour différentes résistances et alimentations

Cette étude révèle des pertes en quantité par effet Joule. Outre l'échauffement général du canon, leur manifestation la plus spectaculaire est la formation d'arcs électriques destructeurs, et pour l'affût, et pour la charge. On peut d'ailleurs approximer leur énergie en faisant état de la quantité de matière soudée, ou éjectée en projections d'arcs, grâce aux capacités calorifiques et aux enthalpies de changement d'état des matériaux utilisés : pour une énergie électrique de près de 44J, 0,002% est transmise au projectile, et l'énergie restante est libérée par effet Joule dont au moins le quart par arcs électriques, qui se manifeste par un claquage de l'air et la libération de projections d'arcs.

Il est intéressant de noter qu'un projectile en graphite comprimé, ayant typiquement une résistance autour de 0,2 Ω, malgré sa haute tolérance à la température, est mal adapté à notre expérience tandis qu'un projectile métallique, à la résistance plus faible se soude systématiquement aux rails dès lors qu'ils sont soumis à la capacité plus élevée de 4000μF, les abîmant au passage.

Ainsi, l'énergie cinétique du projectile évolue selon le carré de la capacité mais est fonction de puissance 4 de la tension (et de l'inverse de la résistance) (cf.6). Ce qui signifie qu'il vaut mieux augmenter la tension plutôt que la charge si l'on veut améliorer le rendement du canon (rapport entre l'énergie cinétique et l'énergie initiale des condensateurs) qui lui augmente avec le carré de la tension et linéairement par rapport à la capacité de la banque.

## 6 Pistes d'améliorations

Nous aimerions affiner notre étude du canon, en la centrant notamment sur l'analyse électrocinétique qui est parmi les défis les plus importants auxquels nous avons été confrontés. Réaliser un travail plus approfondi sur les circuits RLC, dans l'objectif de créer une source d'alimentation plus stable, nous donnerait un meilleur contrôle sur le courant qui traverse les rails et sur l'allure de la décharge des condensateurs [1]. De plus, nous pourrions tenter d'établir une meilleure géométrie de projectile afin d'obtenir un bon compromis entre masse et conductivité. Pour ce faire, nous pouvons créer des simulations de la densité de courant à l'intérieur de plusieurs géométries de projectiles différentes pour diminuer la masse de celui-ci de manière pertinente.

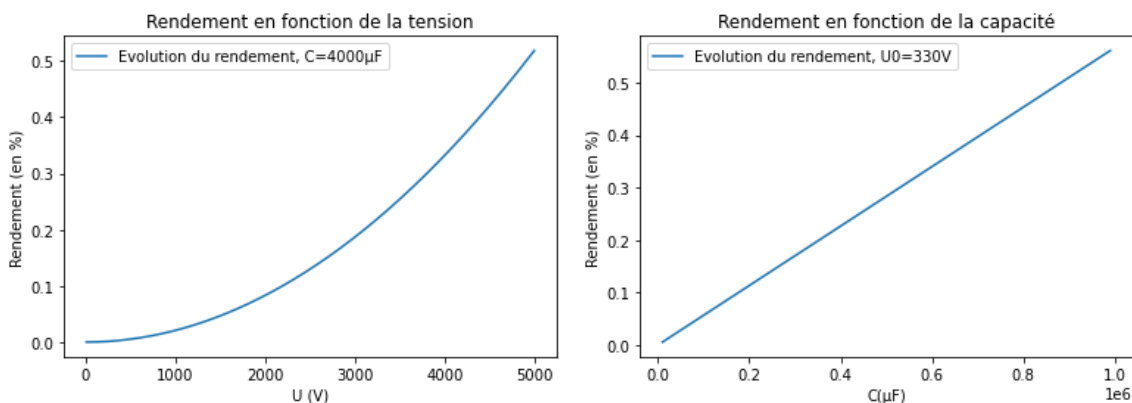


FIGURE 7 – Amélioration du rendement à  $C$  fixé puis à  $U_0$  fixé

Un tracé du rendement en fonction de la tension initiale ou de la capacité de la banque de condensateurs permet de visualiser l'évolution des performances du canon. Nous pouvons ainsi concevoir que pour obtenir de meilleurs résultats, à notre échelle aux vues des approximations réalisées, il est plus souhaitable d'augmenter la tension du système que sa capacité, sous réserve d'adapter l'architecture à de plus grandes puissances. Des rails en graphite pleins ou seulement recouverts du matériau semblent être une solution pour corriger la sensibilité de l'affût aux chocs thermiques et obtenir une meilleure résilience aux courants élevés. Enfin, une meilleure précision dans la construction, et des rails et de la charge, couplée à l'intégration d'un transistor IGBT de puissance pour fermer le circuit est une piste pour supprimer les arcs à répétition.

## 7 Conclusion

Au cours de ce semestre, nous avons eu l'opportunité de concevoir plusieurs prototypes de railgun. La conception de notre projet, au croisement de la théorie et de ses applications pratiques a été enrichissante par la réalisation d'études empiriques pour affiner nos modèles réels et immatériels et par l'appréhension nouvelle des techniques de modélisations numériques.

Voir les différentes applications que la théorie peut prendre a été édifiant. Si les succès de lancements ne sont pas évidents, l'expérimentation a permis de compléter les modèles mathématiques utilisés pour appréhender la modélisation et un mode opératoire pour concevoir un canon électromagnétique. Les différentes modélisations et simulations réalisées sur Inventor et EMWorks représentent un apport considérable dans la construction de notre projet. Malgré cela nous avons le sentiment que nous aurions pu pousser notre démarche informatique bien plus loin si nous en avons eu le temps. Aussi comptons-nous poursuivre nos études numériques et expérimentales au-delà de ce semestre afin d'approfondir toujours plus notre compréhension, mais bien d'avantage encore nos questionnements, sur ce sujet.



## 8 Remerciements

Nous tenons à remercier le responsable de l'Unité d'Enseignement Monsieur Vincent Dupuis, pour son écoute et ses précieux conseils, l'ensemble de l'équipe du FabLab, Messieurs Laurent Teixeira et Jean-Philippe Ferreira, et tous les techniciens qui nous ont accompagnés tout au long du semestre dans la concrétisation de notre projet, et plus particulièrement notre enseignant référent Monsieur Paul Mehaignerie, pour sa disponibilité et la qualité de son encadrement et Lucas El Maari pour nous avoir prêté main forte dans les mesures expérimentales de vitesses. Nous tenons également à témoigner notre gratitude aux membres de l'équipe de EMWorks, lesquels nous ont accordé une licence pour l'utilisation de leur logiciel, sans laquelle nous n'aurions pu aller aussi loin dans notre démarche.



## 9 Annexes

symbole	valeur	définition
$\mu_0$	$1.256.10^{-6} m.kg.A^{-2}.s^{-2}$	perméabilité magnétique du vide
$I$	—	courant électrique
$U_0$	—	tension initiale aux bornes des rails
$R$	—	résistance du système
$C$	—	capacité totale de la banque
$R_g$	$(200 \pm 10) m\Omega$	résistance du système avec une charge en graphite
$R_t$	$(40 \pm 1) m\Omega$	résistance du système court-circuité avec le tournevis
$m_g$	$(1.4 \pm 0.1) g$	masse du projectile en graphite
$m_c$	$(2.1 \pm 0.1) g$	masse du projectile en cuivre
$E$	$(3 \pm 0, 1) mm$	demi-épaisseur des rails
$L$	$(8 \pm 0.5) mm$	largeur de l'affût
$L_g$	$(6 \pm 0.5) mm$	largeur du projectile en graphite
$L_c$	$(7 \pm 0.5) mm$	largeur du projectile en cuivre

## Références

- [1] Daiki Ebihara, Masaya Watada, and Kenji Nagashima. Improvement in stabilization of launching performance and launching velocity using linear accelerator. *Electrical engineering in Japan*, 115(1) :85–92, 1995.