

On décide d'assimiler chaque rail à un fil volumique :

Magnétostatique fil volumique :

On cherche la valeur de l'intensité du champ magnétique au point M.

*On commence par étudier les symétries et invariances du système :*

- tout plan contenant l'axe  $O_z$  est plan de symétrie
- tout plan perpendiculaire à  $O_z$  est plan d'antisymétrie
- invariance par rotation autour de  $O_z$
- invariance par translation le long de  $O_z$

En M,  $\vec{B}(M) = B_r(r, \theta, z)\vec{U}_r + B_\theta(r, \theta, z)\vec{U}_\theta + B_z(r, \theta, z)\vec{U}_z$

$\vec{B}(M)$  est perpendiculaire aux plan de symétrie

$\Rightarrow \vec{B}(M) \perp (O_z; OM)$

$\vec{B}(M)$  est donc invariant selon z et autour de z.

$\Rightarrow \vec{B}(M) = B_\theta(r)\vec{U}_\theta$

$\text{rot}(\vec{B}) = \mu_0 \vec{j}_0$  dans le fil.

$\Rightarrow \frac{1}{r} \frac{\partial r B_\theta}{\partial r} \vec{U}_z = \mu_0 j_0 \vec{U}_z$

Soit  $\frac{\partial r B_\theta}{\partial r} = \mu_0 j_0 r$

$\Rightarrow r B_\theta = \mu_0 j_0 \frac{r^2}{2} + C$

Si  $r = 0$  :

$B_\theta(r = 0) = 0$

$\Rightarrow C = 0$

$\text{rot}(\vec{B}) = \mu_0 \vec{j}_{ext} = \vec{0}$  à l'extérieur du fil.

$\Rightarrow \frac{\partial r B_\theta}{\partial r} = 0$

$\Rightarrow B_\theta = \frac{C}{r}$

Continuité de  $\vec{B}$  à la surface :

$\frac{C}{R} = \mu_0 j_0 \frac{R}{2}$

$\Rightarrow C = \frac{\mu_0 j_0 R^2}{2}$

$\Rightarrow B_\theta(r > R) = \frac{\mu_0 j_0 R^2}{2r}$

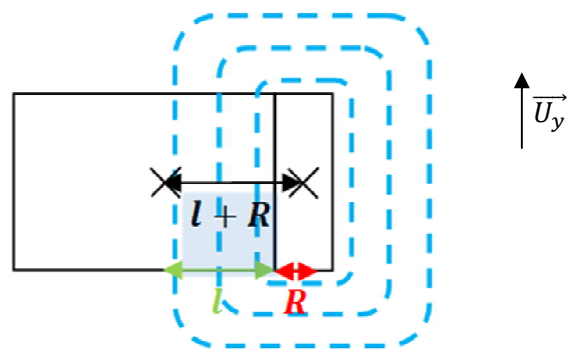
**Avec :**

**R : le rayon du fil**

**$\mu_0$  : la constante magnétique  
(1,256 6... × 10<sup>-6</sup> T m/A)**

**$j_0$  : la densité de courant**

**r : la distance par rapport au centre du fil**



On estime que les lignes du champ magnétique induit par un rail suivent une composante quasi rectiligne selon  $\vec{U}_y$  dans le projectile.

B est alors constant le long de z (vu précédemment) et le long de y.

Ainsi, si on fait la moyenne de toutes les lignes de champ sur l on obtient :

$$\begin{aligned} \overline{B(r)} &= \frac{1}{l} \int_R^{l+R} \frac{\mu_0 j_0 R^2}{2r} dr \\ &= \frac{\mu_0 j_0 R^2}{2l} \ln \frac{l+R}{R} \end{aligned}$$

**Avec :**

**R : la moitié de l'épaisseur du rail**

**l : la moitié de la largeur du projectile**

**$\mu_0$  : la constante magnétique  
(1,256 6... × 10<sup>-6</sup> T m/A)**

**$j_0$  : la densité de courant**