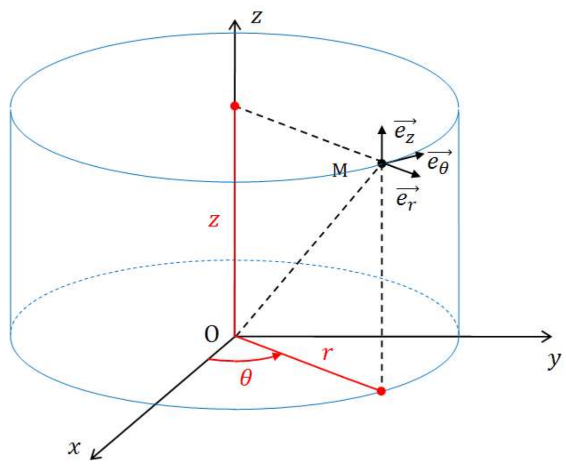


On décide d'assimiler chaque rail à un fil volumique :

<u>Magnétostatique fil volumique :</u>

On cherche la valeur de l'intensité du champ magnétique au point M.

On commence par étudier les symétries et invariances du système :

-tout plan contenant l'axe O_z est plan de symétrie

-tout plan perpendiculaire à O_z est plan d'antisymétrie

-invariance par rotation autour de O_z

-invariance par translation le long de O_z

En M, $\vec{B}(M) = B_r(r,\theta,z)\overrightarrow{U_r} + B_\theta(r,\theta,z)\overrightarrow{U_\theta} + B_z(r,\theta,z)\overrightarrow{U_z}$

$\vec{B}(M)$ est perpendiculaire aux plan de symétrie

⇨ $\vec{B}(M) \perp (O_z; OM)$

$\vec{B}(M)$ est donc invariant selon z et autour de z.

⇨ $\boldsymbol{\vec{B}(M) = B_\theta(r)\overrightarrow{U_\theta}}$

$\overrightarrow{rot}(\vec{B}) = \mu_0\vec{J_0}$ dans le fil.

⇨ $\frac{1}{r}\frac{\partial rB_\theta}{\partial r}\overrightarrow{U_z} = \mu_0 j_0\overrightarrow{U_z}$

Soit $\frac{\partial rB_\theta}{\partial r} = \mu_0 j_0 r$

⇨ $rB_\theta = \mu_0 j_0\frac{r^2}{2} + C$

Si $r = 0$:

$B_\theta(r=0) = 0$

⇨ $C = 0$

$\overrightarrow{rot}(\vec{B}) = \mu_0\overrightarrow{J_{ext}} = \vec{0}$ à l'extérieur du fil.

⇨ $\frac{\partial rB_\theta}{\partial r} = 0$

⇨ $B_\theta = \frac{C}{r}$

Continuité de $\vec{B}$ à la surface :

$$\frac{C}{R} = \mu_0 j_0\frac{R}{2}$$

⇨ $C = \frac{\mu_0 j_0 R^2}{2}$

⇨ $\boldsymbol{B_\theta(r > R) = \frac{\mu_0 j_0 R^2}{2r}}$

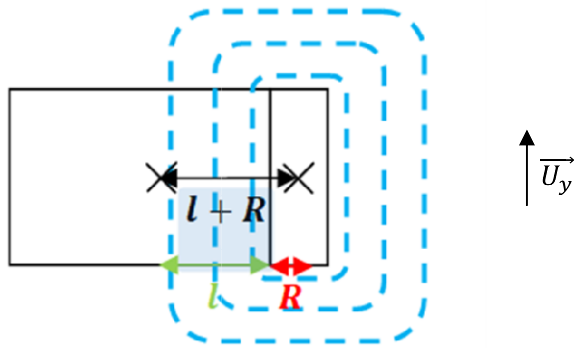
Avec :

R : le rayon du fil

μ_0 : la constante magnétique (1,256 6... × 10−6 T m/A)

j_0 : la densité de courant

r : la distance par rapport au centre du fil



On estime que les lignes du champ magnétique induit par un rail suivent une composante quasi rectiligne selon $\overrightarrow{U_y}$ dans le projectile.

B est alors constant le long de z (vu précédemment) et le long de y.

Ainsi, si on fait la moyenne de toutes les lignes de champ sur l on obtient :

$$\overline{B(r)} = \frac{1}{l}\int_R^{l+R}\frac{\mu_0 j_0 R^2}{2r}dr$$

$$= \boldsymbol{\frac{\mu_0 j_0 R^2}{2l}\ln\frac{l+R}{R}}$$

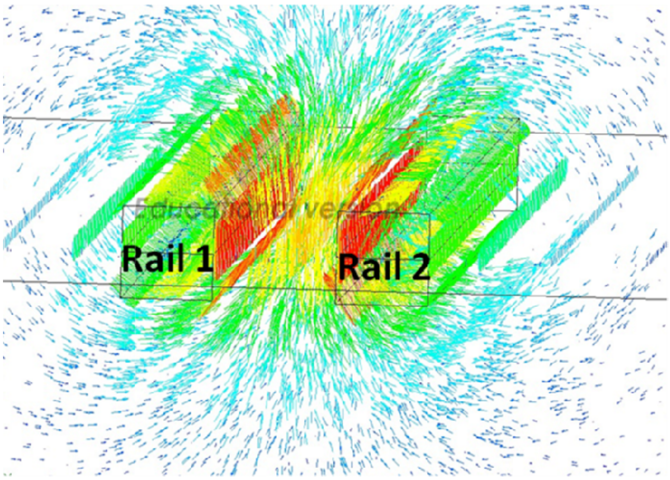
Avec :

R : la moitié de l'épaisseur du rail

l : la distance sur laquelle on veut intégrer les lignes de courants

μ_0 : la constante magnétique (1,256 6... × 10−6 T m/A)

j_0 : la densité de courant



Maintenant on veut obtenir le champ moyen avec deux rails (1 et 2) séparés d'une distance L. $B_1(r)$et $B_2(r)$ sont les valeurs de l'intensité de chacun de ces champs à une distance r du centre de chaque rail.

On a :

$$B_2(r) = -B_1(r - D)$$

Avec $D = L + 2R$ la distance entre le centre de chaque rail.

$$B_{tot} = B_1 + B_2$$

$$= B_1(r) - B_1(r - D)$$

$$= \frac{\mu_0 j_0 R^2}{2r} - \frac{\mu_0 j_0 R^2}{2(r - D)}$$

Or, comme la section des rails qu'on utilise (prototype 1 et 2) est carrée on peut simplifier :

⇨ $B_{tot} = \frac{\mu_0 I R^2}{2r4R^2} - \frac{\mu_0 I R^2}{2(r-D)4R^2} = \frac{\mu_0 I}{8r} - \frac{\mu_0 I}{8(r-D)}$

On fait ensuite, comme précédemment, la moyenne de toutes les lignes de champ entre les deux rails :

$$\overline{B_{tot}(r)} = \frac{1}{L}\int_R^{D-R} \frac{\mu_0 I}{8r} - \frac{\mu_0 I}{8(r - D)} dr$$

$$= \frac{\mu_0 I}{8L}\int_R^{D-R} \frac{1}{r} - \frac{1}{(r - D)} dr$$

$$= \frac{\mu_0 I}{8L}([\ln(r)]_R^{D-R}[\ln(r - D)]_R^{D-R})$$

$$= \frac{\mu_0 I}{8L}\left(ln\left(\frac{D - R}{R}\right) - ln\left(\frac{R}{D - R}\right)\right)$$

$$= \frac{\mu_0 I}{4L} ln\left(\frac{D - R}{R}\right)$$

$$= \boldsymbol{\frac{\mu_0 I}{4L} ln\left(\frac{L + R}{R}\right)}$$

Avec :

R **: la moitié de l'épaisseur des rails**

L**: l'écart entre les deux rails**

μ_0 : la constante magnétique

(1,256 6... × 10−6 T m/A)

I **: l'intensité**