PARTIE 2 : description physique des Tsunamis

Plan :
1)**Etude théorique**
2)**Modélisation**
3)**Comparaison théorie et modélisation+conclusion**

1-ETUDE THEORIQUE

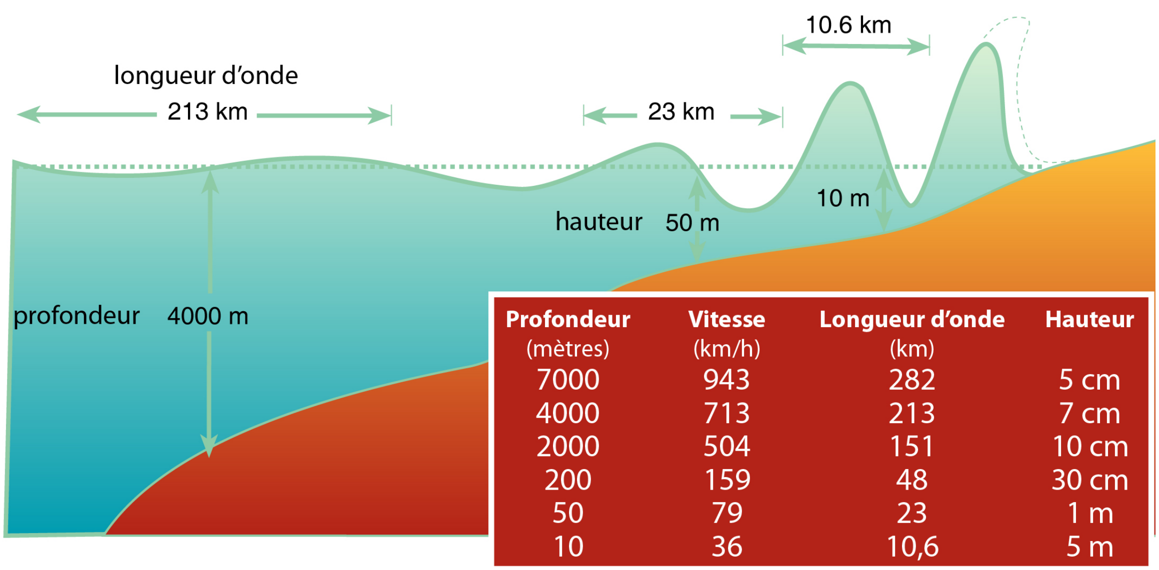
Un Tsunamis correspondent à une série d'ondes dont les caractéristiques sont les suivantes :

- grande période (temps s'écoulant entre deux cretes successives), entre quelques minutes et quelques heures

- grande energie mécanique

- une période comprise entre 10 et 500 km

- une vitesse et une amplityde qui diffèrent en fonction de la profondeur le l'eau



Profondeur (mètres)	Vitesse (km/h)	Longueur d'onde (km)	Hauteur
7000	943	282	5 cm
4000	713	213	7 cm
2000	504	151	10 cm
200	159	48	30 cm
50	79	23	1 m
10	36	10,6	5 m

Au large, la hauteur de la vague H est faible devant la profondeur de l'eau h. La vitesse de propagation de la vague suit la loi suivante :

$$\boxed{\begin{gathered} h > H \\ \\ v = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi} + th\frac{2h\pi}{\lambda}} \end{gathered}}$$

A l'approche des cotes, la longueur d'onde de la vague devient tres grande par rapport à la profondeur de l'eau. La vitesse de la vague diminue et son amplitude augmente : la hauteur de la vague augmente.

Comme $\lambda = c * T$, si l'on considère que la période reste la meme, alors la longueur d'onde diminue puisque la vitesse diminue. Cette vitesse suit la lio suivante :

$$\boxed{\begin{gathered} h \sim H \\ v = \sqrt{gh} \end{gathered}}$$

Comment trouve t-on ces résultats ?

L'opérateur dérivée totale est défini par :

$$\frac{D\rho}{Dt} = \frac{\partial\rho}{\partial t} + (\overrightarrow{v}\overrightarrow{grad})\rho \tag{1}$$

Et l'accéleration particulaire definie par :

$$\overrightarrow{a} = \frac{D\overrightarrow{v}}{Dt} = \frac{\partial\overrightarrow{v}}{\partial t} + (\overrightarrow{v}\overrightarrow{grad})\overrightarrow{v} \tag{2}$$

On applique le principe fondamentale de la dynamique au le système(particule de fluide de masse dm) :

$$\boxed{\mathrm{dm}\overrightarrow{a}=\mathrm{d}\overrightarrow{F}+\mathrm{d}\overrightarrow{F_p}}$$

Avec :

$$d\overrightarrow{F} : forcedevolume$$

$$d\overrightarrow{F_p} : forcedepression$$

On obtient alors l'équation d'Euler :

$$\frac{D\overrightarrow{v}}{Dt} = \frac{\partial \overrightarrow{v}}{\partial t} + (\overrightarrow{v}\overrightarrow{\nabla})\overrightarrow{v} = \overrightarrow{F} - \frac{1}{\rho}\overrightarrow{\nabla}P \tag{3}$$

En prennant en compte la viscosité, on obtient l'equation de Navier-Stokes :

$$\overrightarrow{a} = \overrightarrow{F} - \frac{1}{\rho}\overrightarrow{grad}P + \frac{\eta}{\rho} \triangle \overrightarrow{v} \tag{4}$$

Avec ces équations on peut arriver aux vitesses selon l'approximation choisie. On considère ici que le fluide est parfait $\eta = 0$

EAUX PEU PROFONDES : $h \sim H$

Composantes selon :

$$z : \rho\frac{DV_z}{Dt} = -\frac{\partial P}{\partial z} - g\rho - F_z\rho \tag{5}$$

$$x : \rho\frac{DV_x}{Dt} = -\frac{\partial P}{\partial x} - g\rho - F_x\rho \tag{6}$$

La variation de la vitesse selon la composante z est négligeable :

$$\frac{\partial V_z}{\partial t} = 0 \tag{7}$$

On a : $P - P_0 = g\rho(h - \eta)$

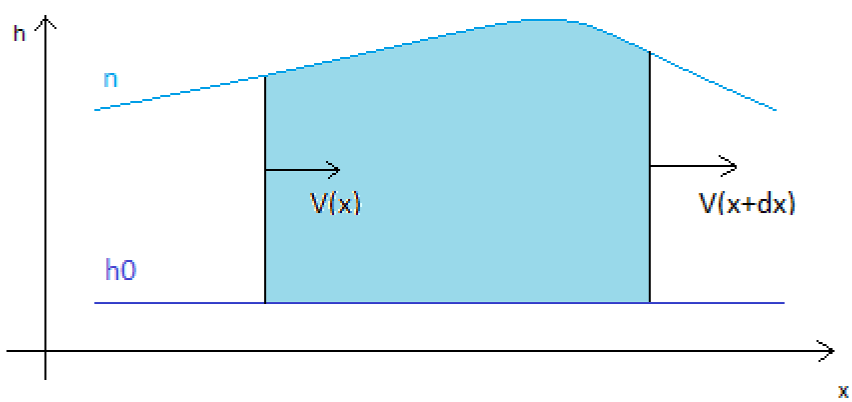
donc

$$\frac{\partial P}{\partial x} = -g\rho\frac{\partial \eta}{\partial x} \tag{8}$$

En utilisant (6) on a alors :

$$\frac{\partial V_x}{\partial t} = g\frac{\partial \eta}{\partial x} + F_x \tag{9}$$

Par la conservation de la masse, la variation de la masse pendant un certain temps dt doit etre égale a la masse de fluide entrant moins la masse de fluide sortant.



$m = \rho V$ donc $dm = \rho dV$

$dm = entrant - sortant$

$dm = h(x)\upsilon(x)dt - h(x+dx)\upsilon(x+dx)dt$

C'est a dire :

$dm = h(x,t)dx - h(x,t+dt)dx$

Or par défiition :

$$f(x,t+dt) - f(x,t) = f'(x)dx \tag{10}$$

C'est a dire :

$$f(x,t+dt) - f(x,t) = \frac{\partial f}{\partial t}dt$$

Donc :

$dm = h(x,t)dx - h(x,t+dt)dx = -\frac{\partial h}{\partial t}dtdx$

$\frac{h(x,t) - h(x,t+dt)}{dt} = \frac{\partial h\upsilon(x)}{dx}$

Donc :

$$-\frac{\partial h}{dt} = -\frac{\partial h\upsilon(x)}{dx} \tag{11}$$

Or $\boxed{h = h_0 + \eta}$

Donc :

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} - \upsilon(x)\frac{\partial \eta}{\partial x} + (h_0 + \eta)\frac{\upsilon(x)}{\partial x} = 0 \tag{12}$$

Comme η est petit, on a :

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + h_0 \frac{\partial v(x)}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = h_0 \frac{\partial v(x)}{\partial x} \tag{13}$$

Donc avec (13) et (9) on obtient :

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} = gh \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} - h \frac{\partial F_x}{\partial x}$$

Si on concidère uniquement la force de gravité on a :

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} = gh \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2}$$

$$(\frac{\partial x}{\partial t})^2 = gh$$

Soit :

$$v = \sqrt{gh}$$